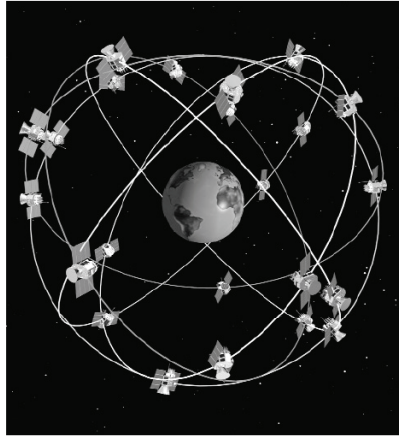
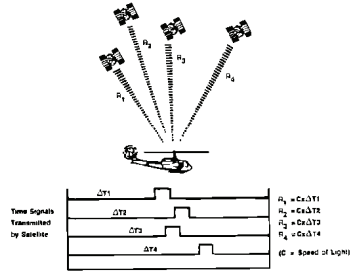


전기전자개론

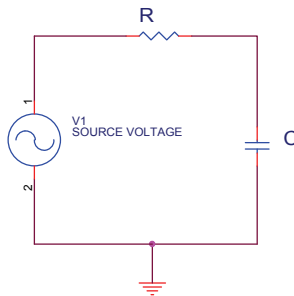


③ USER OBTAINS PSEUDO RANGE MEASUREMENTS (R_1, R_2, R_3, R_4) TO 4 SATELLITES



Capacitor 교류 회로 해석

Capacitor가 포함된 회로의 교류 입력에 대한 해석



A. 미분방정식의 해

A. 미분 방정식의 시간 영역에서의 해를 구한다.

$$v_c(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

$$A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t + \frac{1}{RC} (A \sin \omega t + B \cos \omega t) = \frac{1}{RC} V \cos \omega t$$

$$\left(\frac{A}{RC} - B \omega\right) \sin \omega t + \left(A \omega + \frac{B}{RC} - \frac{V}{RC}\right) \cos \omega t = 0$$

$$\therefore v_c(t) = \frac{V \omega RC}{1 + \omega^2 (RC)^2} \sin \omega t + \frac{V}{1 + \omega^2 (RC)^2} \cos \omega t$$

미분방정식의 해

$$v_c(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t = C \sin(\omega t + \phi) = C \cos(\omega t + \phi - \frac{\pi}{2})$$

$$A = \frac{V \omega RC}{1 + \omega^2 (RC)^2}, B = \frac{V}{1 + \omega^2 (RC)^2}, C = \sqrt{A^2 + B^2}, \phi = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

만약 $R=1000$, $C=0.1\mu\text{F}$, $f=1.6\text{kHz}$, $V_s=5\text{Vpp}$ 일 때

$$C = 1.763, \quad \phi = 45^\circ$$

$$\therefore v_c(t) = C \cos(\omega t + \phi - \frac{\pi}{2}) = \underline{1.763 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})}$$

B. Phasor를 이용한 해

$$V_c = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} V_s = \frac{1}{RC\omega j + 1} V_s \quad \text{분모 분자에 } 1 - RCj\omega \text{ 를 곱해주면}$$

$$= \frac{1 - RCj\omega}{1 + (RC\omega)^2} V_s = \left(\frac{1}{1 + (RC\omega)^2} - j \frac{RC\omega}{1 + (RC\omega)^2} \right) V_s$$

만약 $R=1000$, $C=0.1\mu\text{F}$, $f=1.6\text{kHz}$, $V_s=5\text{Vpp}$ 일 때

$$V_c = (0.4973 - j0.5000) \times 2.5 \angle 0 = 0.7058 \angle (-45^\circ) \times 2.5 \angle 0$$

$$= \underline{1.76 \angle (-45^\circ)}$$

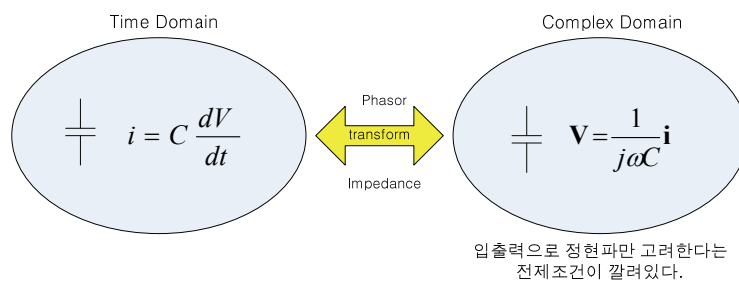
교류 회로의 해석 순서

- 정현파 신호를 구별하고 여진(Excitation) 주파수를 주목한다.
- 소스를 Phasor 형태로 변환한다.
- 각 회로의 소자를 그것의 임피던스로 표현한다.
- 적당한 회로망해석을 이용하여 Phasor회로를 해석한다.

교류해석에서 Phasor를 사용하는 이유

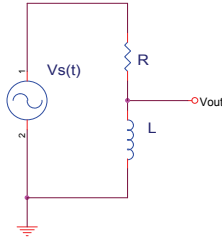
1. 시간 영역(time domain)에서의 인덕터, 커패시터의 전압-전류 관계식은 시간에 대한 미분방정식으로 표현되므로 이를 풀기가 매우 까다로움
2. 만약 회로의 전압-전류 관계식에서 정현파만 고려한다면 이를 복소수를 이용한 Phasor 표기법을 사용하여(particular solution을 이용) 미분방정식을 풀지 않고도 대수적인 방법으로 회로의 계산에서 필요한 가감승제를 해결할 수 있다.

교류해석에서 Phasor를 사용하는 이유



❖ 복소수를 사용하여 Phasor 및 임피던스의 개념을 사용하면 직류해석에서 만들어 놓았던 많은 기본 해석의 툴(tool)들을 그대로 사용할 수 있다.

Voltage Divider Example



$$R = 10, L = 1H, \omega = 10 \text{ rad/s}, V_s = 5 \cos(10t)$$

$$\begin{aligned} V_{out}(j\omega) &= \frac{Lj\omega}{R + Lj\omega} V_s(j\omega) \\ &= \frac{j10}{10 + j10} \times 5 \angle 0^\circ = \frac{10 \angle 90^\circ}{10\sqrt{2} \angle 45^\circ} \times 5 \angle 0^\circ \\ &= 3.54 \angle 45^\circ \end{aligned}$$

❖ Voltage divider 공식에 임피던스와 페이저를 이용하여 계산

AC 회로의 페이저 해석 예제

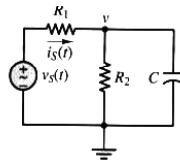


그림 4.42

미지 : 소스 전류 $i_S(t)$.

해석 : 가장 위의 노드에서 전압 v 를 정의하고, v 를 정하기 위하여 노달 해석을 사용한다. 그러면 다음을 알 수 있다.

$$i_S(t) = \frac{v_S(t) - v(t)}{R_1}$$

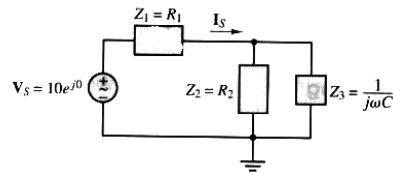
페이지 해석예제

다음으로, 방법 및 절차의 단계들-교류 회로 해석을 수행한다.

Step 1: $v_S(t) = 10 \cos \omega t \text{ V}$ $\omega = 377 \text{ rad/s}$ ($f = 60 \text{ Hz}$)

Step 2: $\mathbf{V}_S(j\omega) = 10\angle 0 \text{ V}$

Step 3: $Z_{R1} = R_1$ $Z_{R2} = R_2$ $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$



페이지 해석예제

Step 4: 다음으로 노달 해석을 사용하여 소스 전류를 계산한다. 처음 \mathbf{V} 를 구한다.

$$\frac{\mathbf{V}_S - \mathbf{V}}{Z_{R1}} = \frac{\mathbf{V}}{Z_{R2} \parallel Z_C}$$

$$\frac{\mathbf{V}_S}{Z_{R1}} = \mathbf{V} \left(\frac{1}{Z_{R2} \parallel Z_C} + \frac{1}{Z_{R1}} \right) = \mathbf{V} \left(\frac{1}{\frac{R_2 \cdot (1/j\omega C)}{R_2 + (1/j\omega C)}} + \frac{1}{R_1} \right)$$

$$= \mathbf{V} \left(\frac{j\omega C R_2 + 1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right) = \mathbf{V} \left[\frac{(j\omega C R_2 R_1 + R_1) + R_2}{R_1 R_2} \right]$$

$$\mathbf{V} = \left[\frac{(j\omega C R_2 R_1 + R_1) + R_2}{R_1 R_2} \right]^{-1} \frac{\mathbf{V}_S}{R_1} = \left[\frac{R_1 R_2}{(j\omega C R_2 R_1 + R_1) + R_2} \right] \frac{\mathbf{V}_S}{R_1}$$

$$= \left[\frac{50 \times 200}{(j377 \times 10^{-4} \times 50 \times 200 + 50) + 200} \right] \frac{\mathbf{V}_S}{50}$$

$$= 0.4421 \angle (-0.9852) \mathbf{V}_S = 4.421 \angle (-0.9852)$$

페이지 해석예제

다음 I_S 를 계산한다.

$$I_S = \frac{V_S - V}{Z_{R1}} = \frac{10\angle 0 - 4.421\angle(-0.9852)}{50} = 0.1681\angle(0.4537)$$

Step 5: 최종적으로 페이지 답을 시간 영역 표시로 바꾼다.

$$i_S(t) = 0.1681 \cos(377t + 0.4537)$$

페이지 해석예제

- 지난 예제에 대하여 임의의 정현파 입력에 대한 교류 회로의 해를 구하여라

-> 결과적으로 주파수의 함수로 구해진다.

소스 전류는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$I_S = \frac{V_S}{Z_{R1} + Z_{R2} \parallel Z_C}$$

페이지 해석예제

병렬 임피던스 $Z_{R2} \parallel Z_C$ 가 다음과 같은 표현으로 얻어진다.

$$Z_{R2} \parallel Z_C = \frac{Z_{R2} \times Z_C}{Z_{R2} + Z_C} = \frac{200 \times 10^4 / j\omega}{200 + 10^4 / j\omega} = \frac{2 \times 10^6}{10^4 + j\omega 200} \Omega$$

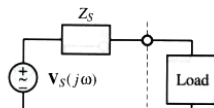
그러므로 총 직렬 임피던스는

$$Z_{R1} + Z_{R2} \parallel Z_C = 50 + \frac{2 \times 10^6}{10^4 + j\omega 200} = \frac{2.5 \times 10^6 + j\omega 10^4}{10^4 + j\omega 200} \Omega$$

최종적으로

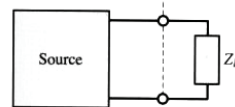
$$I_S = \frac{V_S}{Z_{R1} + Z_{R2} \parallel Z_C} = A \angle \phi \frac{10^4 + j\omega 200}{2.5 \times 10^6 + j\omega 10^4} \text{ A}$$

교류의 등가 회로



(a) Equivalent load

소스의 관점에서
본 등가회로

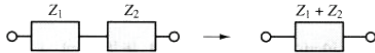


(b) Equivalent source

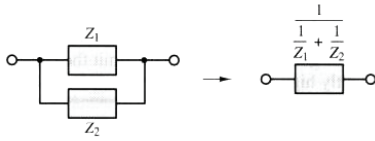
Load의 관점에
서 본 등가회로

교류의 등가 회로

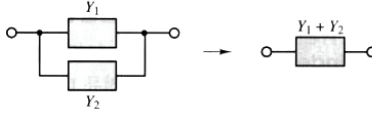
Impedances in series add:



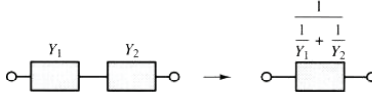
Impedances in parallel behave like resistors in parallel:



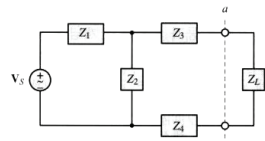
Admittances in parallel add:



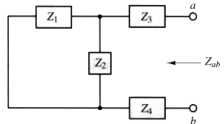
Admittances in series behave like conductances in series:



등가 회로 전환



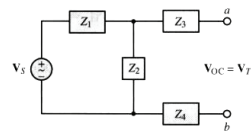
A phasor circuit with load Z_L



Circuit for the computation of the equivalent impedance, Z_T

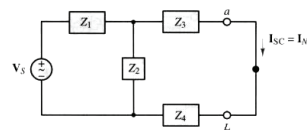
$$Z_{ab} = Z_T = Z_3 + (Z_1 \parallel Z_2) + Z_4$$

그림 4.46 교류 회로의 등가 형태로의 변환



Circuit for the computation of the Thévenin equivalent voltage

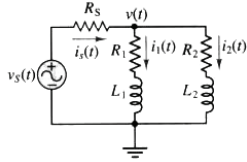
$$V_{OC} = V_T = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_S$$



Circuit for the computation of the Norton equivalent current

$$I_{SC} = I_N = \frac{V_S}{Z_1} \frac{1}{1 + \frac{Z_3 + Z_4}{Z_2}} = \frac{V_S}{Z_1} \frac{1}{1 + \frac{Z_3 + Z_4}{Z_2}}$$

페이지 해석예제



기지 : $R_S = 0.5 \Omega$; $R_1 = 2 \Omega$; $R_2 = 0.2 \Omega$; $L_1 = 0.1 \text{ H}$; $L_2 = 20 \text{ mH}$.
 $v_S(t) = 155 \cos(377t) \text{ V}$.

미지 : 모터의 부하 전류 $i_1(t)$ 와 $i_2(t)$.

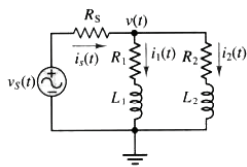
먼저 소스와 각 모터의 임피던스를 계산한다.

$$Z_S = 0.5 \Omega$$

$$Z_1 = 2 + j377 \times 0.1 = 2 + j37.7 = 37.75 \angle 1.52 \Omega$$

$$Z_2 = 0.2 + j377 \times 0.02 = 0.2 + j7.54 = 7.54 \angle 1.54 \Omega$$

페이지 해석예제



소스 전압은 $\mathbf{V}_S = 155 \angle 0 \text{ V}$ 이다.

다음으로, 맨 위의 노드에서 노드 전압 \mathbf{V} 를 구하기 위하여 KCL을 적용한다.

$$\frac{\mathbf{V}_S - \mathbf{V}}{Z_S} = \frac{\mathbf{V}}{Z_1} + \frac{\mathbf{V}}{Z_2}$$

$$\frac{\mathbf{V}_S}{Z_S} = \frac{\mathbf{V}}{Z_S} + \frac{\mathbf{V}}{Z_1} + \frac{\mathbf{V}}{Z_2} = \mathbf{V} \left(\frac{1}{Z_S} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)$$

$$\mathbf{V} = \left(\frac{1}{Z_S} + \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)^{-1} \frac{\mathbf{V}_S}{Z_S} = \left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{2 + j37.7} + \frac{1}{0.2 + j7.54} \right)^{-1} \frac{\mathbf{V}_S}{0.5}$$

$$= 154.1 \angle 0.079 \text{ V}$$

페이지 해석예제

$$\mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}}{Z_1} = \frac{154\angle 0.079}{2 + j37.7} = 4.083\angle -1.439$$

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{V}}{Z_2} = \frac{154\angle 0.079}{0.2 + j7.54} = 20.44\angle -1.465$$

최종적으로, 전류를 시간-영역 표기로 나타낼 수 있다.

$$i_1(t) = 4.083 \cos(377t - 1.439) \quad \text{A}$$

$$i_2(t) = 20.44 \cos(377t - 1.465) \quad \text{A}$$

페이지 해석예제

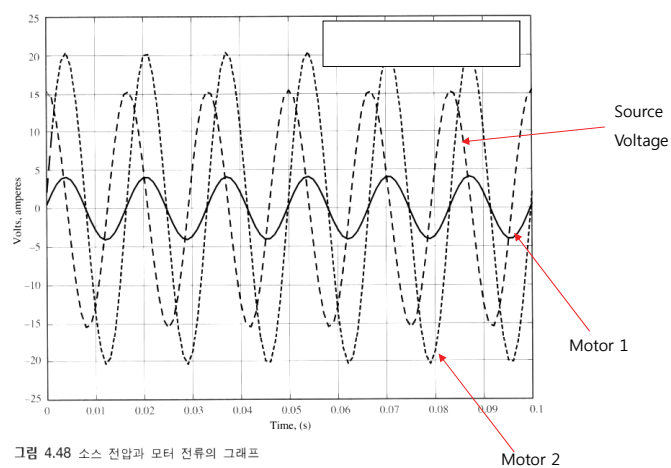
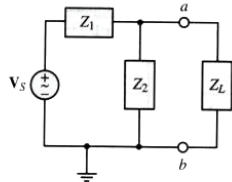


그림 4.48 소스 전압과 모터 전류의 그래프

페이저를 이용한 등가회로

교류 회로의 테브닌 등가



$$Z_T = Z_1 || Z_2 = \frac{Z_1 \times Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5 \times j20}{5 + j20} = 4.71 + j1.176 \Omega$$

$V_s = 110 \angle 0^\circ$ $Z_1 = 5 \Omega$ $Z_2 = j20 \Omega$

그림 4.49

다음으로, 단자 a와 b 사이의 개방 회로 전압을 계산한다.

$$V_T = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} V_s = \frac{j20}{5 + j20} 110 \angle 0^\circ = \frac{20 \angle \pi/2}{20.6 \angle 1.326} 110 \angle 0^\circ = 106.7 \angle 0.245 \text{ V}$$

페이저를 이용한 등가회로

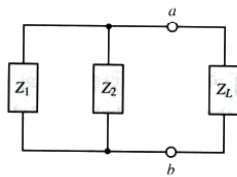


그림 4.50

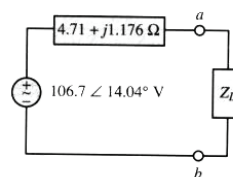
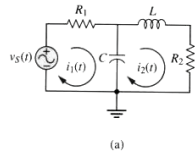


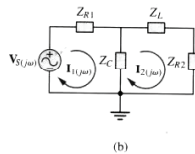
그림 4.51

망전류법을 이용한 AC 해석

망해석에 의한 AC 회로의 예



(a)



(b)

기저 : 회로 요소의 값. $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 75 \Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$, $L = 0.5 \text{ H}$.
전류 소스의 값은 $v_S(t) = 15 \cos(1,500t) \text{ V}$ 이다.

망전류법을 이용한 AC 해석

- Step 1: $v_S(t) = 15 \cos(1,500t)$ $\omega = 1,500 \text{ rad/s}$
- Step 2: $V_S(j\omega) = 15\angle 0$
- Step 3: $Z_{R1} = R_1$ $Z_{R2} = R_2$ $Z_C = \frac{1}{j\omega C}$ $Z_L = j\omega L$

최종 페이지 회로는 그림 4.53(b)에 제시되었다.

Step 4: 메시 해석법을 사용하여 소스 전류에 대하여 푼다. 먼저 메시 방정식을 작성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} V_S(j\omega) - Z_{R1}I_1(j\omega) - Z_C[I_1(j\omega) - I_2(j\omega)] &= 0 && \text{mesh 1} \\ Z_C[I_2(j\omega) - I_1(j\omega)] + Z_L I_2(j\omega) + Z_{R2}I_2(j\omega) &= 0 && \text{mesh 2} \end{aligned}$$