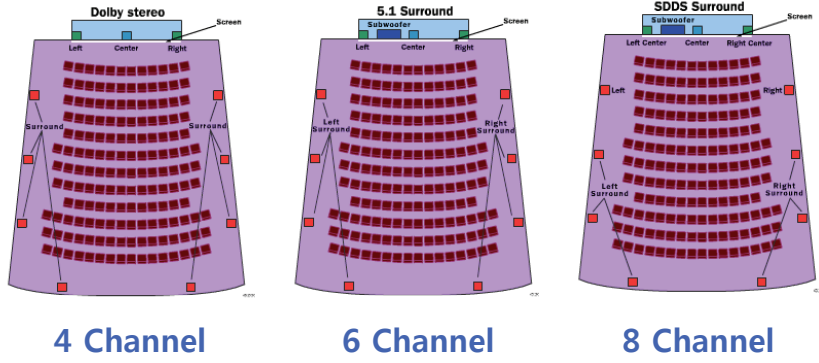
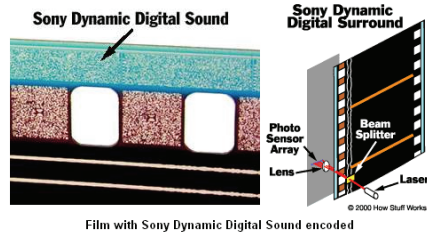
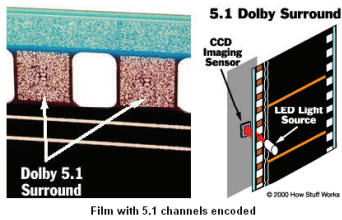
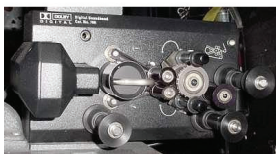


전기전자개론



돌비디지털 vs SDDS



Phasor 표기법 정리

$$i(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$



By Euler's identity $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$

$$I = A e^{j(\omega t + \phi)} = A e^{j\phi} e^{j\omega t} \\ = A \angle \phi$$

- 수학적으로 정현파를 페이저 형식으로 표기하면 모든 페이저 항에 주파수에 대한 항 $e^{j\omega t}$ 가 포함되므로, 만약 어떠한 회로에서 단일 주파수만 사용된다면, 주파수 항 $e^{j\omega t}$ 을 생략하고(공통으로 묶고) 계산할 수 있다.
- 정현파 함수를 직접 연산하는 것 보다는 Phasor를 이용하여 다루는 것이 훨씬 유리하다.

Phasor 연습문제

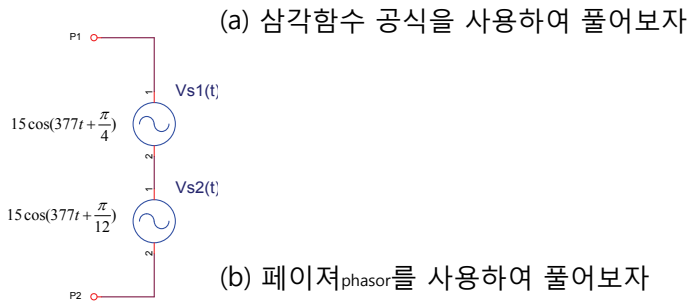
- 페이저 Phasor 를 이용하여 주파수가 동일한(ω) 다음의 두 신호를 더하라. 그리고 다시 시간영역형식 Time domain form 으로 변환하여라.

(a) $A = 1.5V, \phi = 10^\circ, B = 3.2V, \theta = 25^\circ$

(b) $A = 50V, \phi = -60^\circ, B = 24V, \theta = 15^\circ$

연습문제

❖ 다음과 같은 2개의 교류 소스가 직렬로 연결되어 있을 때, Equivalent 소스를 구하여라.



교류신호의 중첩

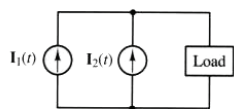


그림 4.25 교류 전류의 중첩

$$i_L(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

$$i_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t) \quad i_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t)$$

$$\mathbf{I}_1 = \text{Re}(A_1 e^{j\omega_1 t}) \quad \mathbf{I}_2 = \text{Re}(A_2 e^{j\omega_2 t})$$

▪ 주파수가 같을 경우

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = (A_1 e^{j\theta} + A_2 e^{j\theta}) e^{j\omega t} \quad \rightarrow \text{페이저 덧셈 연산 사용가능}$$

▪ 주파수가 다를 경우

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = A_1 e^{j\theta} e^{j\omega_1 t} + A_2 e^{j\theta} e^{j\omega_2 t} \quad \rightarrow \text{페이저 덧셈 연산 사용불가}$$

➡ 주파수가 다를 경우에 주의!

예제 4.11 교류 중첩

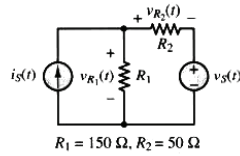


그림 4.26

$$i_s(t) = 0.5 \cos(2\pi(100t))$$

$$v_s(t) = 20 \cos(2\pi(1000t))$$

$R_1 = 150 \Omega, R_2 = 50 \Omega$

❖ 전류원에 의한 R1, R2 전압

$$V_{R1}(\mathbf{I}_s) = \mathbf{I}_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 =$$

$$V_{R2}(\mathbf{I}_s) = \mathbf{I}_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} R_2 =$$

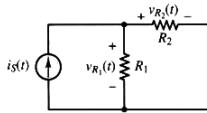


그림 4.27

예제 4.11

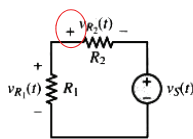


그림 4.28

❖ 전압원에 의한 R1, R2 전압(f=1000Hz)

$$V_s(j\omega) = 20e^{j0}$$

$$V_{R1}(\mathbf{V}_s) = \mathbf{V}_s \frac{R_1}{R_1 + R_2} =$$

$$V_{R2}(\mathbf{V}_s) = -\mathbf{V}_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} =$$

예제 4.11

전류원에 의한 항
전압원에 의한 항

$$\mathbf{V}_{R1} = \mathbf{V}_{R1}(\mathbf{I}_s) + \mathbf{V}_{R1}(\mathbf{V}_s)$$

$$v_{R1}(t) =$$

$$\mathbf{V}_{R2} = \mathbf{V}_{R2}(\mathbf{I}_s) + \mathbf{V}_{R2}(\mathbf{V}_s)$$

$$v_{R2}(t) =$$

◆ 주파수가 다를 경우 Phasor 를 합칠 수 없다.

임피던스

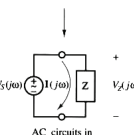
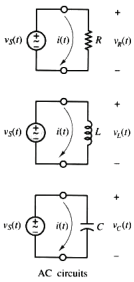
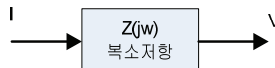


그림 4.29 임피던스 소자

- 저항, Capacitor, Inductor들을 포함하는 확장된 개념
- 지난 시간까지 배운 회로이론을 교류회로로 확장 시켜 준다.
- Phasor 표기법을 이용한 복소저항(Complex resistance)
- 주파수 종속저항의 개념($Z(j\omega)$)



Cf) Phasor는 표기법의 일종

저항

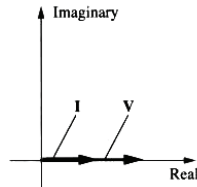


그림 4.30

$$i(t) = \frac{v_S(t)}{R} = \frac{A}{R} \cos \omega t$$

$$\mathbf{V}_Z(j\omega) = A \angle 0$$

$$\mathbf{I}(j\omega) = \frac{A}{R} \angle 0$$

- 저항의 임피던스

$$Z_R(j\omega) = \frac{\mathbf{V}_Z(j\omega)}{\mathbf{I}(j\omega)} = R$$

❖ 저항은 전압과 전류의 위상차이가 없다.

인덕터

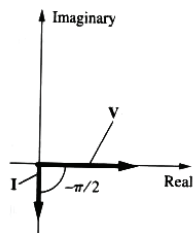


그림 4.31

$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad i_L(t) = i(t) = \frac{1}{L} \int v_S(t') dt'$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int v_L(t') dt' \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int A \cos \omega t' dt' = \frac{A}{\omega L} \sin \omega t$$

$$v_S(t) = v_L(t) = A \cos \omega t$$

$$i(t) = i_L(t) = \frac{A}{\omega L} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

❖ 전압을 기준으로 전류가 90도 위상이 늦다.

인덕터

$$V_L(j\omega) = A \angle 0$$

$$I(j\omega) = \frac{A}{\omega L} \angle -\frac{\pi}{2}$$

▪ 인덕터의 임피던스

$$Z_L(j\omega) = \frac{V_L(j\omega)}{I(j\omega)} = \omega L \angle \frac{\pi}{2} = j\omega L$$

- 복소 주파수 종속 저항(Complex frequency dependent resistor)
- 이 복소 저항은 흐르는 신호의 주파수에 따라, 흐르는 전류의 양을 조절한다.

커패시터

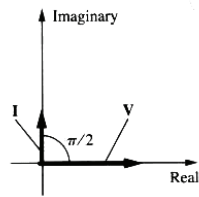


그림 4.32 커패시터의 페이저 전압과 전류의 관계

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$v_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t') dt'$$

$$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$$

$$= C \frac{d}{dt}(A \cos \omega t)$$

$$= -C(A\omega \sin \omega t)$$

$$= \omega CA \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

❖ 전압을 기준으로 전류가 90도 위상이 앞선다.

커패시터

- Phasor 형태로 표현하면,

$$V_Z(j\omega) = A \angle 0$$

$$I(j\omega) = \omega C A \angle \frac{\pi}{2}$$

- 커패시터의 임피던스

$$Z_C(j\omega) = \frac{V_Z(j\omega)}{I(j\omega)} = \frac{1}{\omega C} \angle \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{-j}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$$

복소 평면상에서의 RLC

* 임피던스간의 RLC 위상차 비교

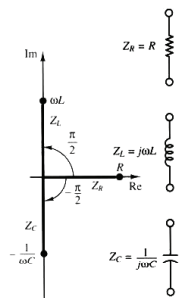


그림 4.33 복소 평면상에서 R, L, C의 임피던스

$$Z(j\omega) = R(j\omega) + jX(j\omega)$$

임피던스

R : 교류저항(순수저항성분)

X : 리액턴스

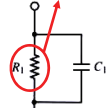
❖ 임피던스의 개념을 사용하면 직류회로 해석에서 사용된 다양한 방법을 교류해석에서도 사용할 수 있게 해 준다.

실제 커패시터의 임피던스

R1=1MΩ, C1=1nF

실제 커패시터는 미약한 저항성분이 있다.

일반 병렬저항 공식에 R대신 Z를 사용하면 된다.



$$Z_1 = R_1 \parallel \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{R_1(1/j\omega C_1)}{R_1 + 1/j\omega C_1} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$$Z_1(\omega = 377) = \frac{10^6}{1 + j377 \times 10^6 \times 10^{-9}} = \frac{10^6}{1 + j0.377} = 9.3571 \times 10^5 \angle (-0.3605) \Omega$$



그림 4.34

만약 저항성분을 고려하지 않는다면:

$$Z_{C1}(\omega = 377) = \frac{1}{j377 \times 10^{-9}} = 2.6525 \times 10^6 \angle \left(-\frac{\pi}{2}\right) \Omega$$

60Hz에서의 값은 차이가 꽤나지만 800Mhz 에서는 큰 차이가 나지 않는다.

실제 인덕터의 임피던스

L=0.098H, lc = 2x10cm, n=250, R=0.344 Ω/m

Ideal 인덕터로 작동하는 주파수 범위를 구해보자.

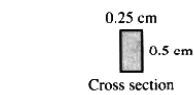
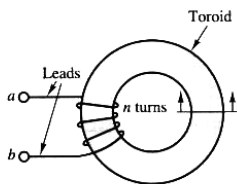


그림 4.35 실제 인덕터

$$l_w = 250(2 \times 0.25 + 2 \times 0.5) = 375 \text{ cm}$$

$$l = \text{total length} = l_w + l_c = 375 + 20 = 395 \text{ cm}$$

총 저항은 다음과 같다.

$$R = 0.344 \Omega/m \times 3.95 \text{ m} = 1.36 \Omega$$

따라서 $10 \times 1.36 \Omega$ 보다 큰 $j\omega L$ 의 값에 대한 주파수의 범위를 결정할 수 있다.

$$\omega L > 13.6 \quad \text{or} \quad \omega > \frac{13.6}{L} = \frac{13.6}{0.098} = 13.9 \text{ rad/s}$$

다른 표현으로, 범위는 $f = \omega/2\pi > 2.2 \text{ Hz}$ 이다.

Textbook 오류 주의

복잡한 회로의 임피던스

예제 4.14 $\omega = 10000 \text{ rad/s}$

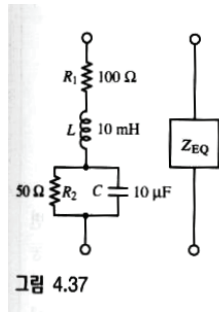


그림 4.37

$$Z_{||} = R_2 \parallel \frac{1}{j\omega C} = \frac{R_2(1/j\omega C)}{R_2 + 1/j\omega C} = \frac{R_2}{1 + j\omega C R_2}$$

$$= \frac{50}{1 + j10^4 \times 10 \times 10^{-6} \times 50} = \frac{50}{1 + j5} = 1.92 - j9.62$$

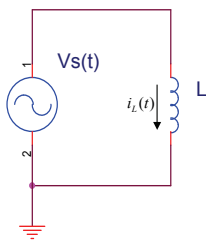
$$= 9.81 \angle (-1.3734) \Omega$$

$$Z_{eq} = R_1 + j\omega L + Z_{||} = 100 + j10^4 \times 10^{-2} + 1.92 - j9.62$$

$$= 101.92 + j90.38 = 136.2 \angle 0.723 \Omega$$

❖ 교류회로에서 등가회로를 구할 때 임피던스의 개념을 사용하면 DC 회로의 일반 계산 하듯이 구하는 것이 가능해진다.

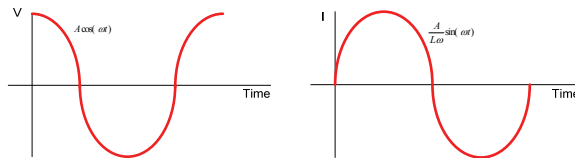
간단한 교류회로 분석



$$V_s(t) = A \cos(\omega t)$$

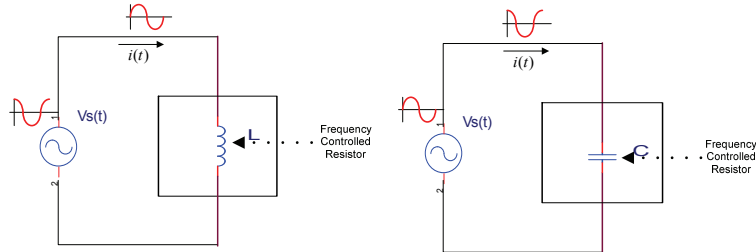
$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t V_s(t') dt' = \frac{1}{L} \int_0^t A \cos(\omega t') dt'$$

$$= \frac{1}{L} \left[\frac{A}{\omega} \sin(\omega t') \right]_0^t = \frac{A}{L\omega} \sin(\omega t)$$



❖ 코일에 정현파 형태의 전압을 걸어주면 90도 늦어진 정현파 전류가 흐른다.

주파수에 따른 가변저항



전압이 전류보다 위상이 90도 앞서있다.

전류가 전압보다 위상이 90도 앞서있다.

$$Z = \frac{V}{I} = j\omega L$$

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{1}{j\omega C}$$

주파수가 높을 수록 리액턴스가 커짐

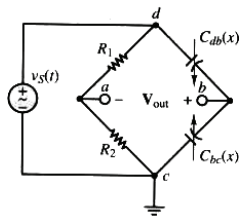
주파수가 높을 수록 리액턴스가 작아짐

-> 낮은 주파수가 잘 통과

-> 높은 주파수가 잘 통과

용량형 변위 전환기

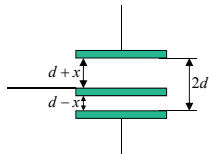
❖ 휘이스톤 브리지



$$V_{out}(j\omega) = V_S(j\omega) \left(\frac{Z_{C_{bc}}(x)}{Z_{C_{db}}(x) + Z_{C_{bc}}(x)} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$C_{db} = \frac{\epsilon A}{d-x} \quad \text{and} \quad C_{bc} = \frac{\epsilon A}{d+x}$$

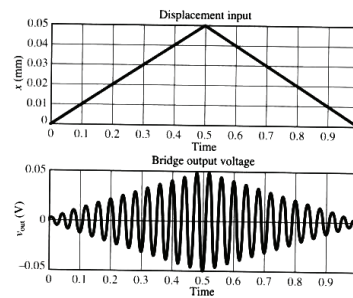


$$Z_{C_{db}} = \frac{d-x}{j\omega 8.854A} \quad \text{and} \quad Z_{C_{bc}} = \frac{d+x}{j\omega 8.854A}$$

용량형 변위 전환기

$$\begin{aligned}
 V_{out}(j\omega) &= V_S(j\omega) \left(\frac{\frac{d+x}{j\omega 8.854A}}{\frac{d-x}{j\omega 8.854A} + \frac{d+x}{j\omega 8.854A}} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \\
 &= V_S(j\omega) \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2d} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \\
 &= V_S(j\omega) \frac{x}{2d}
 \end{aligned}$$

❖ 변위에 비례한 Amplitude를 얻는다.



Admittance

직류의 저항 컨덕턴스 (Conductance)	교류에서의 Admittance
$G = \frac{1}{R}$	$Y = \frac{1}{Z}$

$$Y = \frac{1}{Z} = G + jB$$

$$\underline{Z(j\omega)} = R(j\omega) + jX(j\omega)$$

임피던스

G : 교류 컨덕턴스 B : Susceptance

R : 교류저항 X : 리액턴스

삼각함수의 공식정리

$$a \sin \theta + b \cos \theta = A \sin(\theta + \alpha)$$

$$a \sin \theta - b \cos \theta = A \sin(\theta - \alpha)$$

$$a \cos \theta + b \sin \theta = A \cos(\theta - \alpha)$$

$$a \cos \theta - b \sin \theta = A \cos(\theta + \alpha)$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \quad (0 < \alpha < 90^\circ)$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{1}{2}(A+B) \cos \frac{1}{2}(A-B)$$

$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{1}{2}(A+B) \sin \frac{1}{2}(A-B)$$

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{1}{2}(A+B) \cos \frac{1}{2}(A-B)$$

$$\cos A - \cos B = 2 \sin \frac{1}{2}(A+B) \sin \frac{1}{2}(A-B)$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$