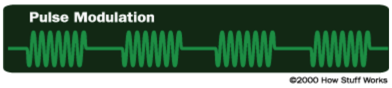
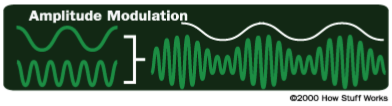
전기전자개론

▪ Modulation types

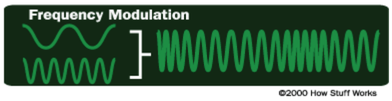
❖ Pulse Modulation
In PM, you simply turn the sine wave on and off. This is an easy way to send Morse code. PM is not that common, but one good example of it is the radio system that sends signals to radio-controlled clocks.



❖ Amplitude Modulation
Both AM radio stations and the picture part of a TV signal use amplitude modulation to encode information. In amplitude modulation, the amplitude of the sine wave (its peak-to-peak voltage) changes.



❖ Frequency Modulation
FM radio stations and hundreds of other wireless technologies (including the sound portion of a TV signal, cordless phones, cell phones, etc.) use frequency modulation. The advantage to FM is that it is largely immune to static. In FM, the transmitter's sine wave frequency changes very slightly based on the information signal.



시간종속 신호 소스

- 주기적인 신호

$$x(t) = x(t + nT) \quad n = 1,2,3,\ldots$$

- 시간- 종속 신호 소스

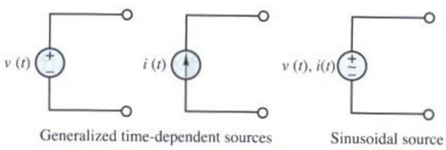


그림 4.16 시간-종속 신호 소스

➔ 여러 가지 임의의 신호 입력은 시간종속 소스로 모델링이 가능함

주기 신호와 정현파

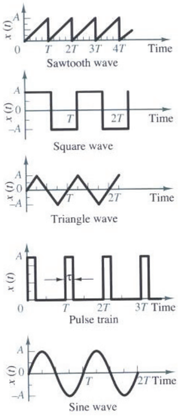


그림 4.17 주기 신호 파형

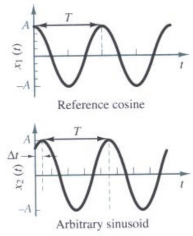


그림 4.18 정현 파형

정현파의 정의

- 정현파의 정의

❶ $x(t) = A\cos(wt + \phi)$

❷ $f = natural\ frequency = \dfrac{1}{T}$

❸ $radian \quad frequency \quad \omega = 2\pi f$

❹ $rad = \dfrac{\pi}{180} \times \deg$

푸리에 시리즈

푸리에 급수:

적분 가능한 임의의 주기함수는 삼각함수로 구성되는 특별한 형태의 무한급수로 표현 가능하다.

급수(Series):일정한 법칙에 따라 증감되는 수를 차례로 배열한 수열의 합

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

cf) Power Series: 멱급수, 일반적으로 $\sum a_n(x-a)^n$ 의 power 형태로 나타낼 수 있는 급수

푸리에 시리즈

퓨리어 시리즈

1. Sine-cosine (quadrature) representation

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right) \quad \text{(6-12)}$$

2. Magnitude and phase form

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin\left(n\frac{2\pi}{T}t + \theta_n\right) \quad \text{(6-13)}$$

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos\left(n\frac{2\pi}{T}t - \psi_n\right) \quad \text{(6-14)}$$

In each of these expressions, the period T is related to fundamental frequesncy of the signal ω_0 by

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T} \quad \text{rad/s} \quad \text{(6-15)}$$

푸리에 급수는 크게 두 가지 형태의 표현 방법이 있다.

푸리에 시리즈의 계수

$$\sqrt{a_n^2 + b_n^2} = c_n \qquad \frac{b_n}{a_n} = \cot(\theta_n) \qquad \frac{b_n}{a_n} = \tan(\psi_n)$$

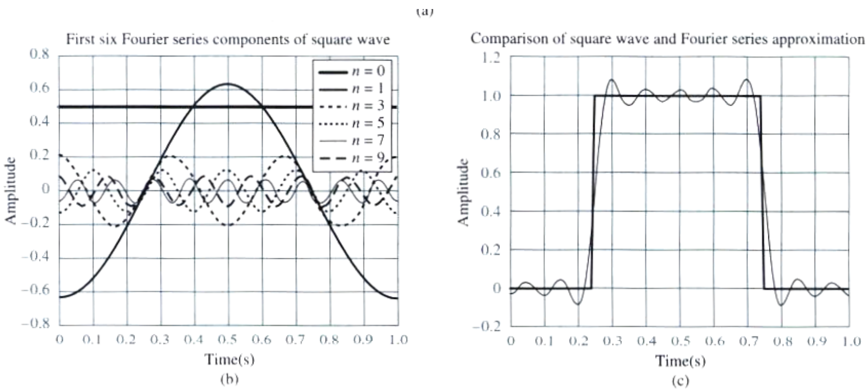
$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\,dt = \text{average value of } x(t) \qquad \text{(6-20)}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\cos\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt \qquad \text{(6-21)}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)\sin\left(n\frac{2\pi}{T}t\right)dt \qquad \text{(6-22)}$$

❖임의의 주기 함수는 정현파들의 합으로 표현 가능하다.
➔기본 레고 블럭만있으면 다양한 구조물을 묘사할 수 있는 것과 유사함.

푸리에 시리즈의 적용



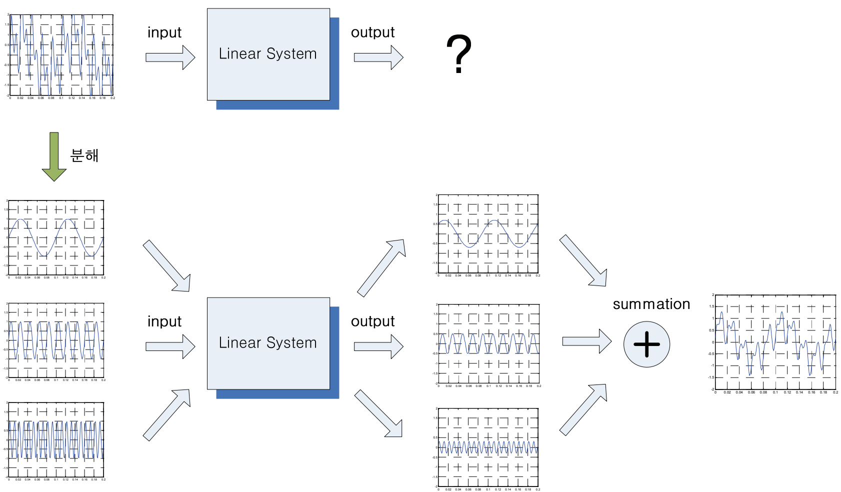
임의의 주기함수는 삼각함수로 구성되는 무한급수로 표현 가능하다.

푸리에 시리즈의 활용

❖ 푸리에 급수의 활용

1. 어떠한 신호를 계수 몇 개로 근접한 함수의 표현이 가능하다 ⇨ 신호의 축약, 전달에 활용할 수 있다.
2. 선형시스템에서 어떠한 시스템에 대한 정현파 신호에 대한 출력을 알면, 입력신호를 정현파로 분리하여 각각의 신호에 대한 출력의 합을 구하여, 임의의 입력에 대한 출력(응답)을 구할 수 있다. ⇨ 임의의 입력에 대한 출력을 계산

선형 시스템의 출력계산



평균값과 실효값

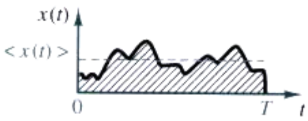


그림 4.19 신호 파형의 평균

$$x(t) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t')dt'$$

정현파 파형의 평균값

$x(t) = 10\cos(100t)$ 의 평균값을 계산하여라.

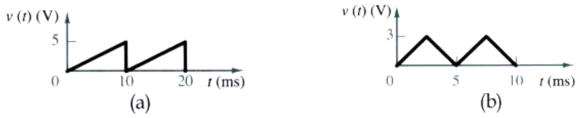
$$x(t) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t')dt' =$$

연습문제

- 155.6Sin(377t+pi/6)을 코사인 형태로 표현하라.

$$A\sin(\omega t) = A\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

- 다음 톱니파형의 평균값을 계산하여라.



교류파형의 실효값

$$x_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t')dt'}$$ Root mean square value

- 한 주기 동안의 에너지를 생각해보자

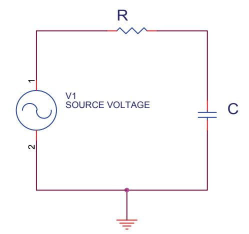
$$W = PT = I_{eff}^2 RT = \int_0^T p(t')dt' = \int_0^T Ri^2(t')dt'$$

$$\therefore I_{eff} = I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t')dt'}$$

❖ $i_{ac}(t)$ 는 T를 주기로 하는 주기함수

Week 10

에너지 저장 소자를 포함하는 회로

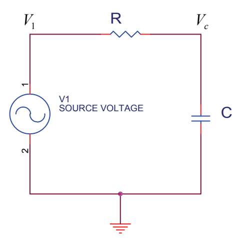


KVL의 적용

$$-v_1(t)+Ri_c(t)+\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_c(t')dt'=0$$

Week 10

정현파신호의 강제응답



❖ Vc에 대한 미분방정식을 구해보자

$$i_R(t)=\frac{v_1(t)-v_c(t)}{R}=C\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$\frac{dv_c(t)}{dt}+\frac{1}{RC}v_c(t)=\frac{1}{RC}v_1(t) \quad \text{--}❶$$

입력전압 $\underbrace{v_1(t)=V\cos(\omega t)}_{②}$ 일 때

그 해 또한 동일한 형태가 된다.

시간 영역에서의 응답1

$$v_c(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) \quad \text{--③}$$

$$A\omega\cos\omega t - B\omega\sin\omega t + \frac{1}{RC}(A\sin\omega t + B\cos\omega t) = \frac{1}{RC}V\cos\omega t$$

(③을 ❶에 대입)

$$(\frac{A}{RC} - B\omega)\sin\omega t + (A\omega + \frac{B}{RC} - \frac{V}{RC})\cos\omega t = 0$$

$$\frac{A}{RC} - B\omega = 0 \qquad A\omega + \frac{B}{RC} - \frac{V}{RC} = 0$$

시간 영역에서의 응답2

A, B에 대해서 풀면

$$A = \frac{V\omega RC}{1+\omega^2(RC)^2} \qquad B = \frac{V}{1+\omega^2(RC)^2}$$

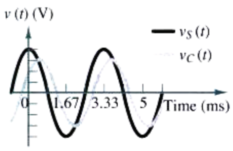


그림 4.22 그림 4.25의 교류 회로에 대한 파형

$$\therefore v_c(t) = \frac{V\omega RC}{1+\omega^2(RC)^2}\sin\omega t + \frac{V}{1+\omega^2(RC)^2}\cos\omega t \quad \textbf{(A)}$$

$$= E\cos(\omega t + \phi - \frac{\pi}{2})$$

Cf.) $A\sin\omega t + B\cos\omega t = E\sin(\omega t + \phi), \{E = \sqrt{A^2 + B^2}, \phi = \tan^{-1}\frac{B}{A}\}$ $\qquad \sin\omega t = \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

선형회로와 정현파

•정현파에 의해 작동되는 선형회로에서 모든 분기 전압과 분기 전류는 작동신호와 동일한 주파수의 정현파이다.

•그리고 정현파를 정의하는 3개의 변수는 다음과 같다.

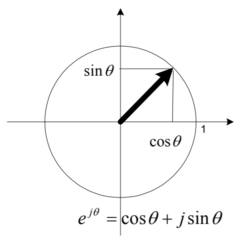
주파수(frequency), 진폭(Amplitude), 위상(phase)

오일러의 항등식

❖ define of complex exponential

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$\left|e^{j\theta}\right| = \left|\cos\theta + j\sin\theta\right| = 1$$



$$Ae^{j\theta} = A\cos\theta + Aj\sin\theta = A\angle\theta$$

Euler's Theorem

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta + \frac{(j\theta)^2}{2!} + \frac{(j\theta)^3}{3!} + \cdots$$

$$= \underbrace{1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} + \cdots}_{\cos\theta} + j\underbrace{(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} + \cdots)}_{\sin\theta}$$

$$= \cos\theta + j\sin\theta$$

Phasor $Ae^{j\theta}$

$$A\cos(\omega t + \theta) = \mathrm{Re}(Ae^{j(\omega t + \theta)})$$

$$\mathrm{Re}(Ae^{j(\omega t + \theta)}) = \mathrm{Re}[A\cos(\omega t + \theta) + jA\sin(\omega t + \theta)]$$
$$= A\cos(\omega t + \theta)$$

Phasor를 이용하면, 크기, 주파수, 위상의 3가지 변수를 간단히 표기하고 계산할 수 있다.

Phasor 특성

- 어떠한 정현파 신호도 다음과 같은 두 가지 방법으로 표기되어질 수 있다.

$$v(t) = A\cos(\omega t + \theta)$$

$$\mathbf{V}(j\omega) = Ae^{j\theta} = A\angle\theta \qquad (\ \omega t \ \text{ 는 생략})$$

- 페이저는 정현파 신호의 피크 진폭과 같은 크기와 코사인 신호에 기준한 정현파 신호의 위상-시프트와 등가인 위상각으로 구성된 극 좌표계 형태로 표현된 복소수이다.

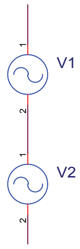
Phasor 의 사용

- 페이저 표시를 사용할 때 정현파 신호의 주파수를 반드시 별도로 기록해 놓는 것이 중요하다. 왜냐하면 이것은 페이저 표현에서 분명하지 않기 때문이다.
- 교류 해석시 Kirchhoff의 법칙을 적용하려면 수시로 정현파의 가감연산을 해야 하는데, 이를 시간영역에서 해결하기가 용이하지 않음
- 정현파를 복소수로 표기하면 정현파의 연산이 복소수의 연산으로 변경되므로 일반적인 대수적 방법으로 취급할 수 있다.

➔ Phasor 표기법을 사용하면 정현파에 대하여 간편하게 가감승제를 해결할 수 있다.

예제 4.10

두개의 정현파 전압소스의 등가 전압 소스를 구하여라.



$$v_1(t) = 15\cos(377t + \frac{\pi}{4})$$

$$v_2(t) = 15\cos(377t + \frac{\pi}{12})$$

$$\mathbf{V}_1(j\omega) = 15\angle\frac{\pi}{4} = 10.61 + j10.61$$

$$\mathbf{V}_2(j\omega) = 15\angle\frac{\pi}{12} = 14.49 + j3.88$$

예제 4.10

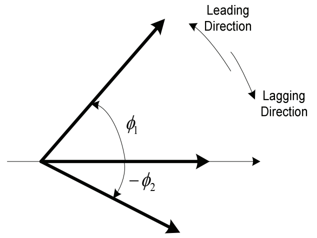
따라서

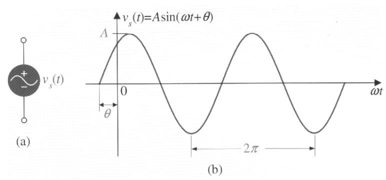
$$\mathbf{V}_s(j\omega) = \mathbf{V}_1(j\omega) + \mathbf{V}_2(j\omega) = 25.10 + j14.49 = 28.98e^{j\frac{\pi}{6}}$$

이를 시간 영역에서 표기하면

$$v_s(t) = 28.98\cos(377t + \frac{\pi}{6})$$

Phasor의 각 정의, 연산





$$\mathbf{V}_1 \pm \mathbf{V}_2 = (x_1 + jy_1) \pm (x_2 + jy_2)$$

$$\mathbf{V}_1 \bullet \mathbf{V}_2 = A_1 A_2 \angle(\phi_1 + \phi_2)$$

$$\frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_2} = \frac{A_1}{A_2} \angle(\phi_1 - \phi_2)$$

Phasor의 연산 예제

- $5\angle 30° - 3\angle(-90°) \times 2\angle 30°$